

Werner Peschek

PISA MATHEMATIK: DAS KONZEPT AUS FACHDIDAKTISCHER SICHT

PISA Mathematik ist ein komplexes Testinstrument zur Feststellung der mathematischen Leistungsfähigkeit großer Schüler(innen)populationen. Für die Einschätzung und Bewertung von Ergebnissen dieses Leistungstests ist eine fachdidaktische Auseinandersetzung mit den wesentlichsten Charakteristika dieses Tests, seinen bildungspolitischen Intentionen, Konstruktionsprinzipien, Testaufgaben und Aussagen erforderlich. In diesem Beitrag werden grundsätzliche Fragen zur fachdidaktischen Charakterisierung des PISA-Tests behandelt. Vor diesem Hintergrund werden dann im folgenden Beitrag von E. Schneider und W. Peschek die österreichischen Ergebnisse diskutiert.

Die Ergebnisse von PISA 2003 haben in Österreich großes mediales und öffentliches Interesse gefunden und Bewegung in unser Bildungssystem gebracht, die wohl noch einige Zeit anhalten wird und auch zu sinnvollen Weiterentwicklungen des Mathematikunterrichts genutzt werden könnte.

Das ist an sich erfreulich. Weniger erfreulich ist,

- dass sich das öffentliche Interesse nahezu ausschließlich auf eine vermeintliche drastische Verschlechterung der Leistungen der österreichischen Schülerinnen und Schüler gegenüber PISA 2000 und der Position Österreichs im Länderranking konzentriert – eine Ergebniswahrnehmung, die eher Unwesentliches im Blick hat und darüber hinaus zumindest im Fall Mathematik statistisch nicht haltbar ist (vgl. den folgenden Beitrag von E. Schneider und W. Peschek),
- dass die Ergebnisse der Leistungstests bisher kaum zu fachbezogenen Bildungsdiskussionen geführt haben bzw. dafür genutzt werden konnten, sondern eher dazu, bekannte, aus den Leistungstests jedoch kaum ableitbare bildungspolitische Forderungen (wie etwa Ganztagschule, Gesamtschule, institutionelle Verortung der Lehrer(innen)ausbildung) wieder in Diskussion zu bringen.

Im Folgenden wird eine fachdidaktisch orientierte Charakterisierung und Einschätzung des PISA-Tests Mathematik versucht, die als Grundlage für seine Einordnung in eine fachbezogene Bildungsdiskussion wie auch zur Bewertung seiner Ergebnisse dienen können.

Das PISA-Framework

Welche mathematische Leistungsfähigkeit PISA testen will, wird im so genannten „PISA-Framework“ festgelegt, auf das sich die Regierungen der teilnehmenden Länder geeinigt haben. Den Kern dieses Konzepts bildet eine recht spezifische Ausprägung (vgl. Jablonka 2003) von „Mathematical Literacy“, die in folgender Weise definiert wird:

„Mathematical Literacy ist die Fähigkeit einer Person, die Rolle zu erkennen und zu verstehen, die Mathematik in der Welt spielt, fundierte mathematische Beurteilungen abzugeben und Mathematik in einer Weise zu verwenden und sich darauf einzulassen, die den Erfordernissen des Lebens dieser Person als konstruktivem, engagiertem und reflektiertem Bürger bzw. Bürgerin entspricht.“ (OECD 2003, S. 24, Übers. W. P.)

Die „Welt“, von der in dieser Definition gesprochen wird, umfasst das natürliche, soziale und kulturelle Umfeld in der die jeweilige Person lebt, das „Leben[s] dieser Person“ meint ihr privates, soziales wie auch berufliches Leben und „Mathematik ... verwenden und sich darauf einzulassen“ weist über die unmittelbare Anwendung von Mathematik hinaus auf ein breites persönliches Engagement (das kommunizieren, in Beziehung setzen, bewerten, würdigen und Freude an der Mathematik haben mit einschließt).

Durch diese Definition wird zunächst lediglich festgelegt, was man bei PISA unter dem Begriff Mathematical Literacy versteht. Zweifellos ist darüber hinaus aber auch gemeint, dass im Mathematikunterricht Mathematical Literacy (in dem hier definierten Sinn) entwickelt werden soll. Diese Forderung stellt die zentrale bildungstheoretische Aussage von PISA Mathematik dar. Ein allenfalls dahinter liegendes (fachbezogenes) bildungstheoretisches Konzept (mit Verankerungen und Begründungen im gesellschaftlichen Kontext) wird im PISA-Framework nicht expliziert.

Wie die Definition von Mathematical Literacy ist das gesamte Framework, das sich um diese Definition rankt, recht allgemein gehalten und lässt große Interpretationsspielräume zu (die in verschiedenen Ländern auch durchaus unterschiedlich genutzt werden). Konstitutiv für das PISA-Framework Mathematik scheint jedoch die Auffassung,

- dass ein wesentliches Bildungsziel in der Befähigung zur unbehinderten, aktiven und reflektierten Teilnahme am Leben in unserer Gesellschaft zu sehen ist,
- dass eine solche Befähigung von jedem einzelnen Individuum mathematische Grundkompetenzen im Sinne der Mathematical Literacy erfordert, und
- dass Mathematical Literacy dabei vor allem die Fähigkeit meint, mathematisches Wissen und Können in vielfältigen lebensweltlichen Situationen flexibel, verständig und reflektiert einsetzen zu können.

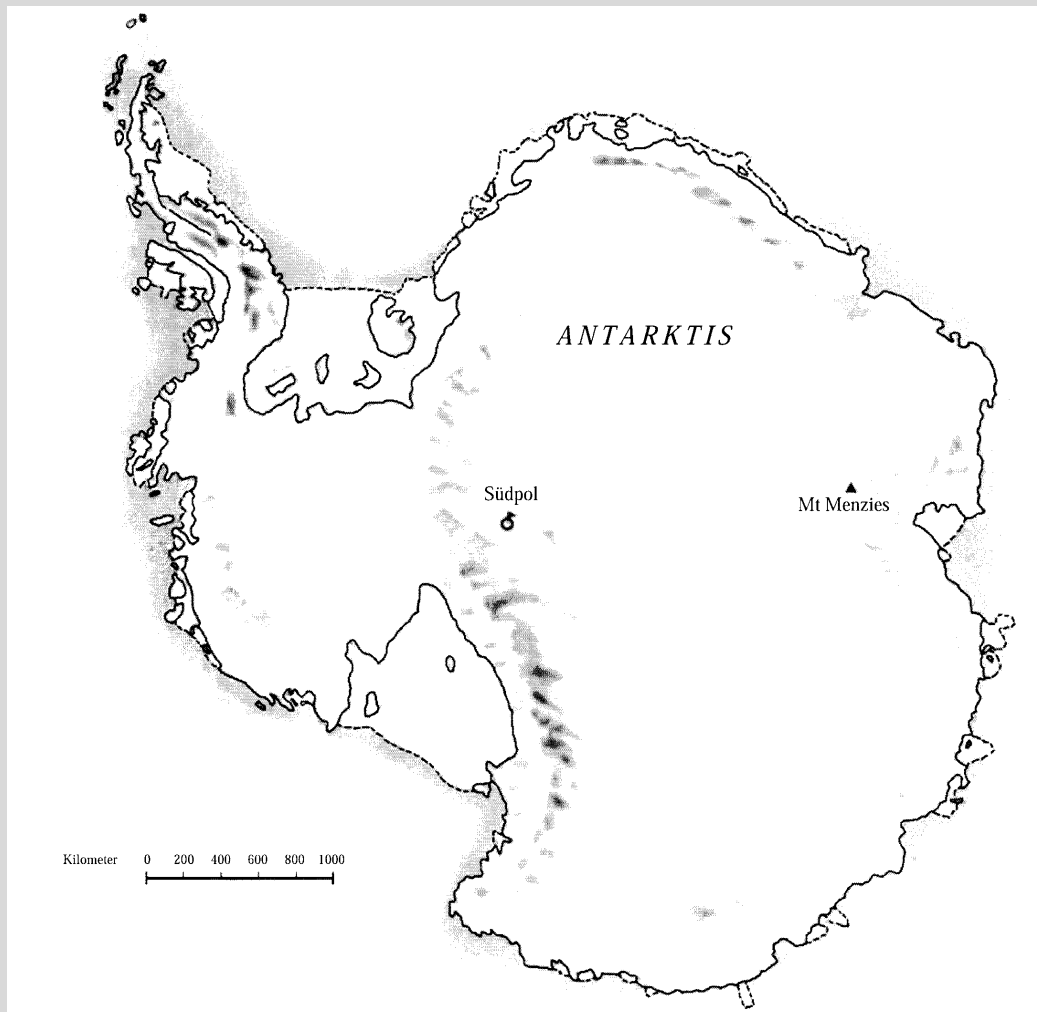
Mathematical Literacy beschränkt sich also nicht auf die Kenntnis mathematischer Begriffe, Fakten, Konzepte und Verfahren. Sie setzt diese vielmehr voraus und fokussiert auf eine kreative Vernetzung solcher Kenntnisse, um auch neuartige, mathematisch noch nicht strukturierte, lebensnahe Situationen zu analysieren, zu strukturieren, zu interpretieren und zu kommunizieren.

Auch wenn PISA nicht den Anspruch erhebt, mit jeder einzelnen Aufgabe eine solche Mathematical Literacy in vollem Umfang anzusprechen (sondern dies nur für die Gesamtheit der Aufgaben behauptet), soll das zentrale Anliegen dieser Mathematical Literacy anhand einer typischen PISA-Aufgabe (aus PISA 2000) veranschaulicht werden (s. Abb. 1).

In der Schule hat man üblicherweise verschiedene elementare geometrische Figuren (wie Quadrat, Rechteck, Kreis) kennen gelernt und wohl auch erfahren, dass sich Flächeninhalte komplexerer Figuren oft durch Zerlegung in einfachere Figuren elementar ermitteln lassen. Eventuell hat man sogar erfahren, dass sich für Schätzungen die Angabe einer unteren und einer oberen Grenze besonders eignet. Diese unterrichtlichen Erfahrungen sind hier jedoch – zusammen mit einer geeigneten Vorstellung von „Schätzen“ – flexibel auf eine Situation anzuwenden, die in der Regel nicht zum häufig geübten Standard des Geometrieunterrichts zählt. (Nebenbemerkung: Außerhalb der PISA-Testsituation wird man das gegebene Problem allerdings adäquater durch Nachschlagen im Lexikon lösen als mit Hilfe der Geometrie.)

FLÄCHE EINES KONTINENTS

Hier siehst du eine Karte der Antarktis.



Frage 2:

Schätze die Fläche der Antarktis, indem du den Maßstab auf der Karte benutzt.

Gib an, wie du zu deiner Schätzung gekommen bist. (Du kannst in der Karte zeichnen, wenn dir das bei deiner Schätzung hilft.)

Abb.1

Aus fachdidaktischer Sicht hat das PISA-Framework selbstverständlich auch seine Begrenztheiten. So kann man z. B. kritisch vermerken,

- dass der bildungstheoretische Hintergrund und Anspruch dieser Mathematical Literacy nicht ernsthaft expliziert und begründet werde,
- dass das hier verwendete Literacy-Konzept überhaupt zu spezifisch und zu eng sei, um mathematische Bildung in seiner ganzen Komplexität und (insbesondere auch kulturellen) Differenziertheit zu erfassen (vgl. etwa Bender 2005, Jahnke 2005 und Jablonka 2003),
- dass sich das vorliegende Literacy-Konzept zwar explizit auf Freudenthal's Didaktische Phänomenologie (Freudenthal 1983) beruft, dessen Kernstück aber, die „progressive Schematisierung“, nicht mit erfasst (und damit kaum an die für die Mathematik charak-

teristische Materialisierung und Strukturierung abstrakter mentaler Objekte, an die charakteristische Spannung zwischen empirischem Phänomen und theoretischem Begriff herankommt),

- usw.

PISA liefert keine umfassende Antwort auf die Frage mathematischer Bildung und kann es uns sicher nicht abnehmen, diese Frage immer wieder neu zu stellen, zu diskutieren und auszuhandeln. Allerdings ist wohl kaum eine Interpretation mathematischer Bildung für alle vorstellbar, die ganz ohne den in PISA erhobenen Leistungsanspruch auskommt. Daher erscheint es didaktisch legitim und sinnvoll, PISA im Zusammenhang mit der Frage mathematischer Bildung zu sehen und zu diskutieren. In diesem Sinne ist wohl auch die folgende Aussage der deutschen PISA-Expert(inn)engruppe zu verstehen, die auch für Österreich Gültigkeit haben sollte:

„Das internationale PISA-Framework kann ... durchaus einen allgemeinen, normativ gesetzten Horizont abgeben, vor dem auch die deutschen Leistungen ... legitimerweise gesehen werden sollten“ (Neubrand u. a. 2004, S. 235; Hervorhebung W. P.)

Allerdings gibt es bereits auf dieser generellen Zielebene ein recht ausgeprägtes *Passungsproblem* zwischen dem PISA-Framework und dessen zumindest partieller fachdidaktischer Akzeptanz einerseits und der nicht zuletzt auch von gegenläufigen bildungspolitischen Rahmenbedingungen geprägten Unterrichtspraxis andererseits:

Die österreichische Leistungsbeurteilungsverordnung etwa verlangt die für Mathematical Literacy konstitutive selbständige Anwendung mathematischen Wissens und Könnens auf neuartige Situationen nur von „sehr guten“ Schülerinnen und Schülern, also von einer eher kleinen Minderheit. Und die österreichischen Bildungsstandards, denen ja eine starke Orientierungs- und Steuerungsfunktion zukommen soll, orientieren sich bislang kaum an diesem Konzept der Mathematical Literacy.

Dessen ungeachtet gibt es in Österreich zweifellos Lehrerinnen und Lehrer, die sich einem solchen oder ähnlichen Konzept von Mathematical Literacy verpflichtet fühlen und es erfolgreich umsetzen. Es gibt aber auch deutliche Hinweise darauf, dass eine solche Unterrichtspraxis nicht den Normalfall des österreichischen Mathematikunterrichts darstellt.

Nachhaltige Abschwächungen dieses Passungsproblems dürften wohl nur dann möglich sein, wenn es gelingt, in der Bezugskommunität Vorstellungen von mathematischer Bildung sowie von mathematischen Bildungszielen auszuhandeln und konsensuell abzusichern, die den von PISA erhobenen Anspruch mit erfassen.

Solche Aushandlungsprozesse zu initiieren und zu gestalten wäre eine wichtige Aufgabe der österreichischen Mathematikdidaktik (die dazu allerdings mit den erforderlichen personellen Ressourcen ausgestattet sein müsste).

Die Testaufgaben

Der PISA-Test 2003 Mathematik besteht aus 84 Aufgaben, die hinsichtlich verschiedener Aspekte stark (wenn auch nicht immer gleichmäßig) gestreut sind:

Mathematische Stoffgebiete

Die eingesetzten Testaufgaben können (schwerpunktmäßig) folgenden mathematischen Stoffgebieten zugeordnet werden:

- Zahlen, Größen 26
- Diskrete Mathematik 5
- Algebra 3
- Geometrie 18
- Funktionen 9
- Statistik 18
- Wahrscheinlichkeit 5

Eine deutliche Mehrheit der Aufgaben kann mathematischen Stoffgebieten zugeordnet werden, die lehrplangemäß Gegenstand des österreichischen Mathematikunterrichts der ersten acht Schuljahre sein sollten. Ähnliches gilt für die in den PISA-Testaufgaben angesprochenen mathematischen Begriffe, Konzepte und Verfahren.

Obige Auflistung macht aber auch deutlich, dass mit der Wahrscheinlichkeit (im Wesentlichen elementare Wahrscheinlichkeitsinterpretationen und deren Prognosekraft) und der Diskreten Mathematik (vor allem elementare Abzählprobleme) im PISA-Test zwei mathematische Stoffgebiete (mit insgesamt 10 Aufgaben) auftreten, die in den österreichischen Lehrplänen für den Mathematikunterricht bis zur 10. Schulstufe nicht vorgesehen sind. Darüber hinaus finden sich unter den Aufgaben zur Statistik zwei Aufgaben, die Grundkenntnisse über Stichproben erfordern und bei den Funktionen tritt eine Testfrage auf, zu deren Beantwortung die Änderungsrate (Differenzialquotient) benötigt wird. Stichproben wie auch Änderungsrate sind jedoch in den österreichischen Mathematiklehrplänen bis zur 10. Klasse ebenfalls nicht vorgesehen.

Aus (internationaler) fachdidaktischer Sicht ist weitgehend unbestritten, dass im Mathematikunterricht der Pflichtschule grundlegende Kenntnisse und Grundvorstellungen aus der Wahrscheinlichkeitsrechnung, der Stichprobentheorie und aus der Diskreten Mathematik vermittelt werden sollten.

Bemerkenswert ist weiters, dass im PISA-Test nur drei Aufgaben zur elementaren Algebra gestellt werden. Die Algebra ist damit gemessen an den österreichischen Lehrplänen, den Schulbüchern wie auch der Unterrichtspraxis (vieler Länder) im PISA-Test stark unterrepräsentiert. Im Hinblick auf die Bedeutung, die der elementaren Algebra (vor allem zur symbolischen Darstellung mathematischer Sachverhalte) gerade auch im informationstechnologischen Zeitalter zukommt, setzt der PISA-Test hier ein didaktisch eher fragwürdiges Zeichen.

PISA verwendet darüber hinaus auch eine andere, etwas eigenwillige inhaltliche Gliederung nach vier so genannten „übergreifenden Ideen“ (Subskalen):

- Raum & Form 20
(Geometrie 18; Zahlen, Größen 2)
- Größen 22
(Diskrete Mathematik 4; Zahlen, Größen 18)
- Veränderung & Zusammenhänge 22
(Algebra 3; Funktionen 9; Statistik 5; Zahlen, Größen 5)
- Unsicherheit 20
(Diskrete Mathematik 1; Statistik 13; Wahrscheinlichkeit 5; Zahlen, Größen 1)

Kontext der Aufgaben

Die Aufgaben sind in Kontexten eingebettet, die dem persönlichen (18), dem schulischen oder beruflichen (20), dem öffentlichen (28) oder einem wissenschaftlichen (18) Umfeld zugeordnet werden (können).

Es handelt sich dabei überwiegend um Kontexte wie sie auch in österreichischen Mathematik-Schulbüchern auftreten.

Antwortformate

Zur Beantwortung der Aufgaben werden drei Antwortformate verwendet:

- Geschlossen 35
- Multiple Choice 28
- Offen 21

Die geschlossene (Kurz-)Antwort entspricht weitgehend dem im österreichischen Mathematikunterricht am häufigsten verwendeten Antwortformat.

Offene Antworten (Interpretationen, Begründungen, Beschreibungen) sind aus didaktischer Sicht sehr wertvoll, sie werden im traditionellen Mathematikunterricht bei schriftlichen Leistungsfeststellungen jedoch eher selten verlangt.

Sehr unüblich für den (österreichischen) Mathematikunterricht sind Multiple-Choice-Aufgaben (bei PISA in zwei Varianten eingesetzt). Den an standardisierte Tests kaum gewöhnten österreichischen Schülerinnen und Schülern könnte dies zusätzliche, über die Mathematik hinaus weisende Schwierigkeiten bereiten, jedenfalls aber gewisse Irritationen auslösen.

Kompetenzcluster

PISA-Mathematik unterscheidet weiters zwischen drei so genannten „Kompetenzcluster“, die durch unterschiedlich anspruchsvolle mathematische Tätigkeiten charakterisiert sind:

- Reproduktion 26
(Ausführen einfacher Standardtätigkeiten)
- Verbindungen 39
(Verknüpfung mehrerer Lösungsschritte bzw. Aufgabenelemente)
- Reflexion 19
(komplexe Tätigkeiten, Verallgemeinerungen, Reflexion)

Mit Blick auf den traditionellen österreichischen Mathematikunterricht (auch 2. und 3. Leistungsgruppen an Hauptschulen!) erscheint der Anteil der anspruchsvollsten Aufgaben eher hoch, jener bei den Reproduktionsaufgaben etwas niedrig; aus fachdidaktischer Perspektive erscheint ein derartiger Anspruch allerdings nicht nur gerechtfertigt, sondern unverzichtbar.

Auch wenn die subjektiv wahrgenommene Schwierigkeit einer Aufgabe sicher nicht vorrangig von den in den Kompetenzclustern zum Ausdruck gebrachten Anforderungsniveaus abhängt, ist doch zu erwarten, dass dieses „objektive“ Anspruchsniveau deutliche Auswirkungen auf die empirisch festgestellten Lösungshäufigkeiten (psychometrische Schwierigkeit) hat.

Psychometrische Schwierigkeit

Für den PISA-Test wurden Aufgaben mit sehr unterschiedlichem psychometrischem Schwierigkeitsgrad zusammengestellt (vgl. Abb. 2).

Innerhalb der OECD betrug die Lösungshäufigkeit zwischen 7% („schwierigste Aufgabe“) und 95% („leichteste Aufgabe“), bei knapp der Hälfte aller Aufgaben lag sie zwischen 35% und 65%; die durchschnittliche Lösungshäufigkeit innerhalb der OECD beträgt 50%. (Ähnliches gilt für die Aufgaben innerhalb jeder Subskala).

Lösungshäufigkeiten OECD

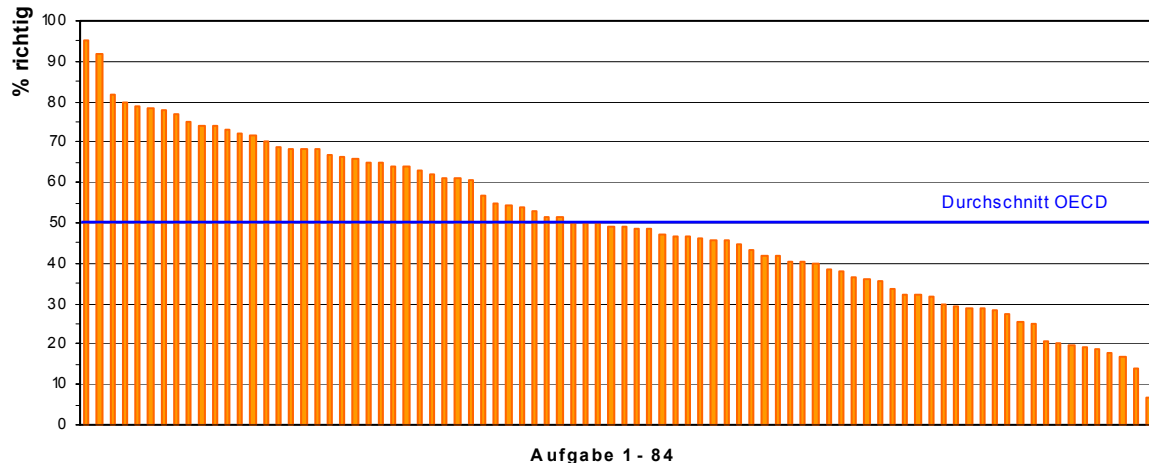


Abb. 2

Die PISA-Aufgaben wurden von Expert(inn)en an Instituten des internationalen PISA-Konsortium unter Einbeziehung von Vorschlägen aus den Teilnehmerländern entwickelt, in einem aufwändigen mehrstufigen Verfahren an Schüler(innen)gruppen getestet, mehrfach von Expert(inn)engruppen beurteilt und weiter entwickelt, letztlich einem Feldtest in allen Staaten unterzogen und nach einer neuerlichen Expert(inn)enbeurteilung für den Haupttest zusammengestellt.

Trotzdem weist der Mathematik-Test im Detail so manche Schwächen auf, er muss sich zum Teil aber auch recht harsche grundsätzliche Kritik seitens einiger Fachdidaktiker(innen) gefallen lassen. Stellvertretend sei hier P. BENDER zitiert:

„Insgesamt kann ein Test wie PISA ... der o. a. *Definition von ML natürlich nicht gerecht* werden ... Es ist nirgends nötig, eine vorgelegte Situation überhaupt auf *Mathematisierbarkeit zu prüfen*, denn es ist immer klar, dass zu mathematisieren ist. Es kann nirgends das Erkennen und Verstehen *der Rolle der Mathematik in der Welt* wirklich aufgezeigt werden. Usw. Keine einzige dieser *Häppchen-Aufgaben*, sei sie noch so komplex aufgebaut, stellt ein *authentisches Sach-Problem* dar, gar ein *Problem der S&S selbst*. *Natürlich ist keine Aufgabe wirklich offen ...*“ (Bender 2003, S. 50f)

Diese Kritik spricht zum einen eine generelle Testproblematik an, zum anderen bezieht sie sich auf eine Interpretation von Mathematical Literacy mit deutlich weiterem Geltungsanspruch als sie hier dem PISA-Framework unterstellt wurde. Hinsichtlich dieser engeren Interpretation (für die in der internationalen Fachdidaktik allerdings kaum der Begriff „Mathematical Literacy“ verwendet wird) räumt auch P. BENDER ein, dass in den Testaufgaben

„... immer wieder der Versuch erkennbar [ist], eine direkte Anwendung von Faktenwissen und Fertigkeiten durch Einkleidung des mathematischen Gehalts in allerlei ... außermathematische Kontexte zu verhindern und so immerhin Modellbildung zu erzwingen.“ (Bender 2003, S. 50)

Diese „Versuche“ scheinen bei PISA 2003 Mathematik wenn schon nicht bei jeder Aufgabe, so doch insgesamt in sehr kreativer und überzeugender Weise gelungen. Die PISA-Testaufgaben werden damit in ihrer Gesamtheit durchaus dem Anspruch gerecht, in geeigneter Weise zu überprüfen, in welchem Maße Schülerinnen und Schüler in der Lage sind, mathematisches

Wissen und Können in vielfältigen lebensweltlichen Situationen flexibel, verständig und reflektiert einzusetzen.

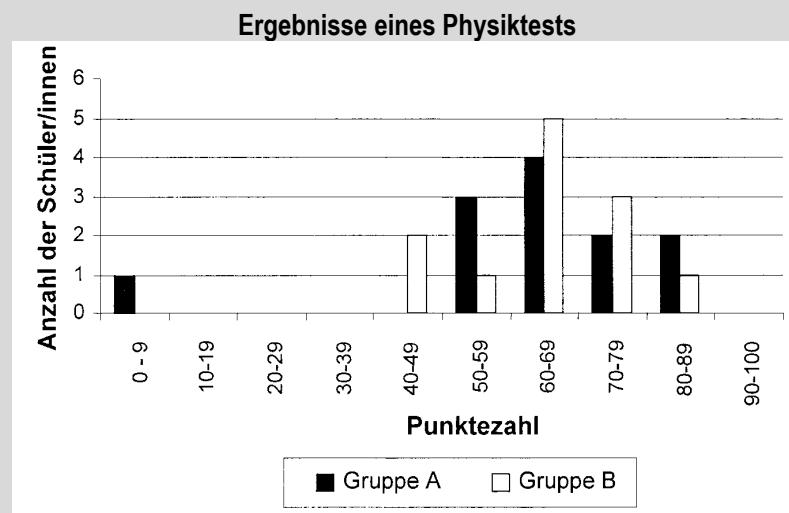
Fachdidaktisch besonders interessant erscheint, dass PISA nicht nur Problemlöseaufgaben einsetzt, die kalkülhaft-prozedural zu lösen sind, sondern ebenso häufig auch so genannte „begriffliche Modellierungs- und Problemlöseaufgaben“ (Neubrand 2004, S. 24), bei denen sich die Lösung auf die Nutzung elaborierten begrifflichen Wissens und begrifflicher Zusammenhänge stützt. Abb. 3 zeigt ein typisches PISA-Beispiel dieser Art.

TESTERGEBNISSE

Frage 1:

Das nachfolgende Diagramm zeigt die Ergebnisse eines Physiktests für zwei Gruppen, die als Gruppe A und Gruppe B bezeichnet werden.

Die durchschnittliche Punktezahl von Gruppe A ist 62,0 und der Durchschnitt für Gruppe B ist 64,5. Schüler/innen haben den Test bestanden, wenn ihre Punktezahl bei 50 oder darüber liegt.



Der Lehrer betrachtet das Diagramm und behauptet, dass Gruppe B beim Test besser abgeschnitten hat als Gruppe A.

Die Schüler/innen der Gruppe A sind mit ihrem Lehrer nicht einer Meinung. Sie versuchen den Lehrer zu überzeugen, dass Gruppe B nicht unbedingt besser abgeschnitten hat.

Gib ein mathematisches Argument an, das die Schüler/innen aus Gruppe A verwenden können, indem du das Diagramm verwendest.

Abb. 3

Derartige Aufgaben, die nicht operativ sondern durch reflektiertes Verständnis grundlegender Begriffe (hier arithmetisches Mittel) und seiner Eigenschaften sowie durch Vernetzung mit Informationen aus anderen Darstellungen zu lösen sind, sind aus fachdidaktischer Sicht sehr wertvoll, im traditionellen Mathematikunterricht in Österreich aber doch eher unüblich.

Zur Auswertung der Testergebnisse

Der PISA Mathematik Test liefert viele fachdidaktisch interessante und informative Daten. So etwa erscheint doch etwas überraschend, zumindest bemerkenswert, dass die österreichischen Lösungshäufigkeiten mit jenen in der OECD häufig recht gut übereinstimmen (vgl. S. xx Abb. xy). Nur bei knapp einem Drittel aller Aufgaben zeigen sich statistisch signifikante Abweichungen nach unten oder oben (s. Abb. 4).

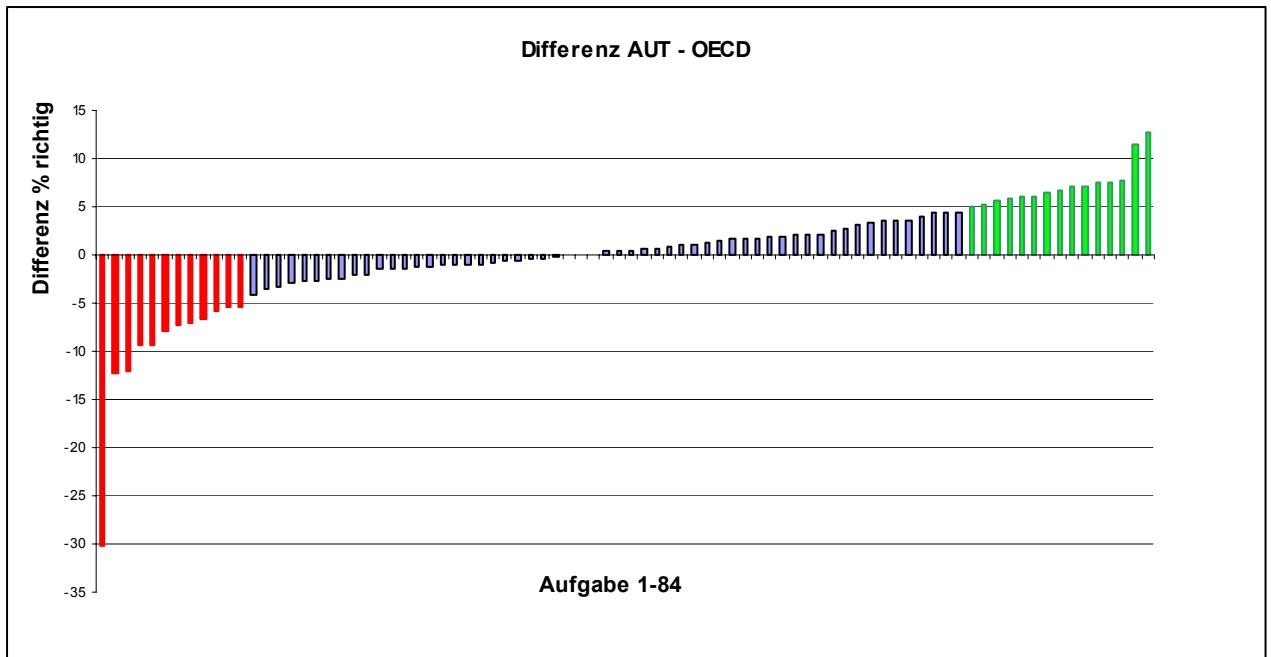


Abb. 4

Ganz anders ist die Situation, wenn wir die in Österreich erzielten Lösungshäufigkeiten etwa mit jenen im „Testsieger-Land“ Finnland oder im Nachbarland Italien vergleichen.

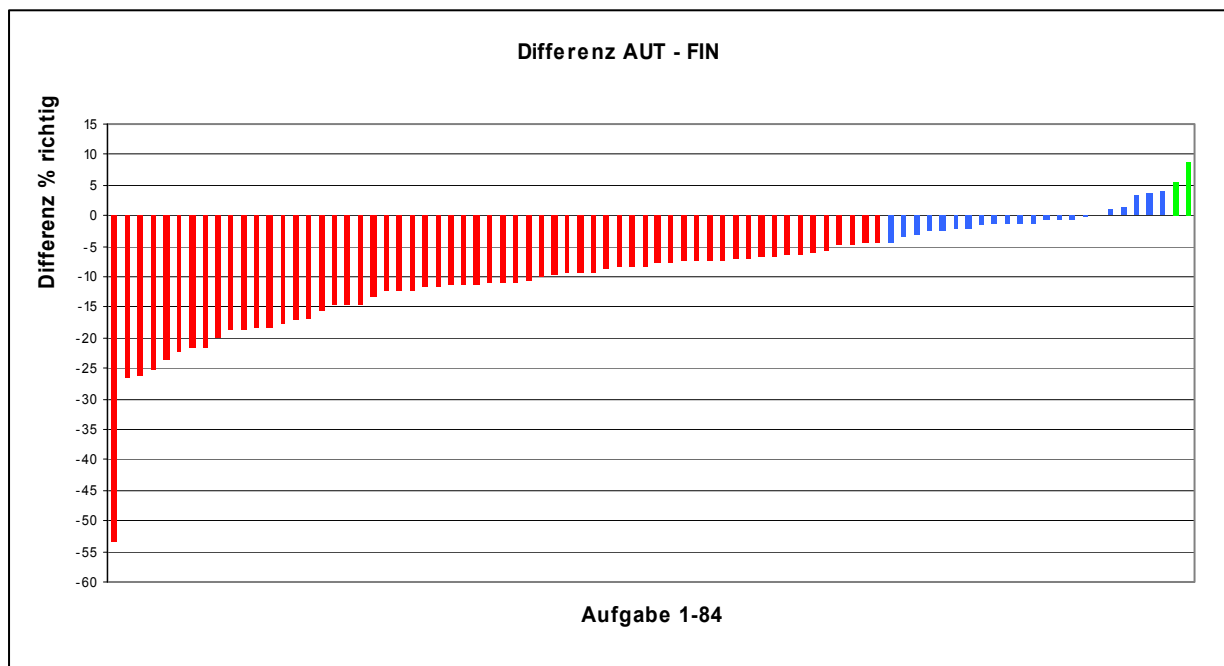


Abb. 5

Es gibt nur zwei Aufgaben, bei denen Österreichs Schülerinnen und Schüler signifikant besser abschneiden als ihre finnischen Kolleginnen und Kollegen, hingegen ist dies umgekehrt bei fast drei Viertel aller Aufgaben der Fall; im Durchschnitt wird in Finnland eine Aufgabe von ca. 10% mehr Schülerinnen und Schülern gelöst als in Österreich (s. Abb. 5).

Im Vergleich mit Italien ist die Situation umgekehrt bei etwas schwächerer Ausprägung (der Unterschied beträgt im Durchschnitt 6% zugunsten der österreichischen Schülerinnen und Schüler – Abb. 6).

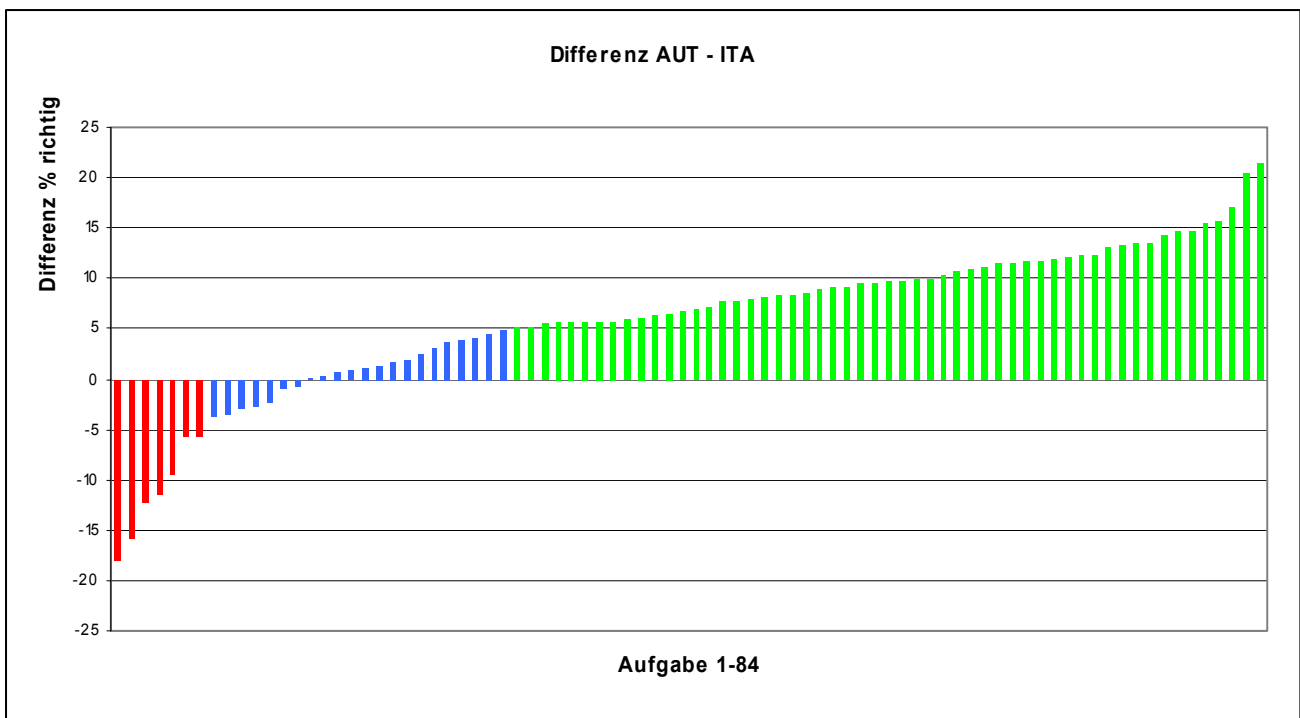


Abb. 6

Derartige vergleichende Befunde lassen sich anhand der PISA-Rohdaten fast beliebig generieren. Darauf soll hier nicht weiter eingegangen werden. Vielmehr sei auf ein grundlegendes Problem hingewiesen, das sich bei der Bewertung vieler PISA-Statistiken ergibt:

Die Grafik in Abb. 2 zeigt die OECD-Verteilung der Lösungshäufigkeiten bei den 84 Testaufgaben.

Wie ist dieses Ergebnis zu bewerten?

Die OECD und das internationale PISA-Konsortium verlieren kein Wort darüber, ob sie dieses Ergebnis für hervorragend, zufrieden stellend oder für katastrophal halten.

Aus fachdidaktischer Sicht kann es sicher nicht zufrieden stellend sein, wenn eine Aufgabe im Durchschnitt nur von 50% aller Schülerinnen und Schüler gelöst werden kann. Aber welches Ergebnis wäre denn zufrieden stellend? Eine durchschnittliche Lösungshäufigkeit von 70% oder 80%? Oder wenn 75% aller Aufgaben von 75% aller Schülerinnen und Schüler gelöst werden können?

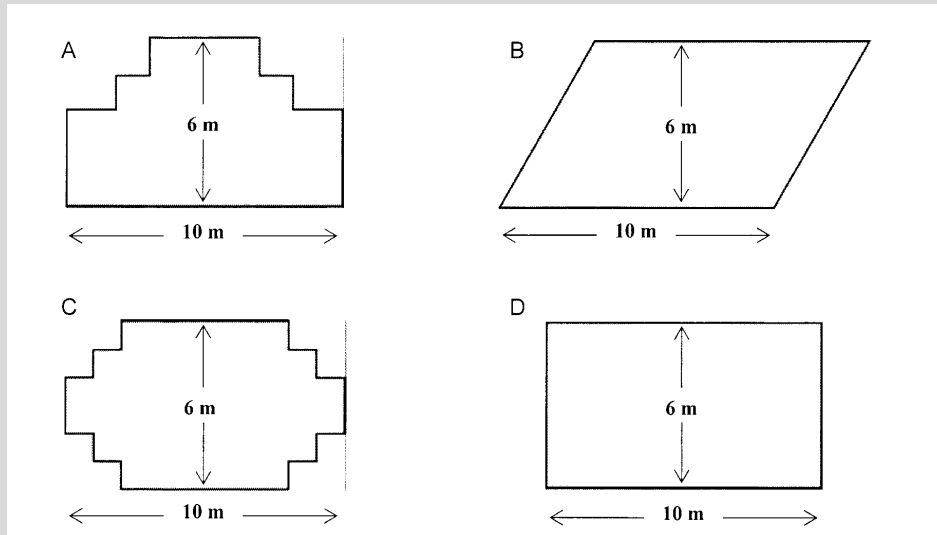
Derartige Ergebnisse wird PISA nie liefern. Nicht, weil die OECD-Schülerinnen und Schüler das nicht schaffen, sondern weil das PISA-Test-Instrument so konstruiert ist, dass die „durchschnittlich schwierige Aufgabe“ immer nur von genau 50% aller Schülerinnen und Schüler gelöst werden kann. Unabhängig davon, ob sich der mathematische Leistungsstand der 15-jährigen OECD-Schülerinnen auf heutigem Primarstufen- oder auf Universitätsniveau bewegt.

Das Problem löst sich auch nicht allein dadurch, dass man von der Gesamtheit aller Aufgaben zu einzelnen Aufgaben übergeht:

TISCHLER

Frage 1:

Ein Tischler hat 32 Laufmeter Holz und will damit ein Gartenbeet umranden. Er überlegt sich die folgenden Entwürfe für das Gartenbeet:



Kann jeder Entwurf mit 32 Laufmetern Holz hergestellt werden?

Kreise entweder „Ja“ oder „Nein“ ein.

Gartenbeet-Entwurf	Mit diesem Entwurf: kann das Gartenbeet mit 32 Laufmetern Holz hergestellt werden?
Entwurf A	Ja / Nein
Entwurf B	Ja / Nein
Entwurf C	Ja / Nein
Entwurf D	Ja / Nein

Abb. 7

Die in Abb. 7 dargestellte Aufgabe wurde lediglich von 26% aller österreichischen Schülerinnen und Schüler richtig gelöst. Das ist doch recht enttäuschend: Derartige Aufgabenstellungen sind ja nicht allzu weit weg von dem, was üblicherweise im Schulunterricht behandelt wird und es sollte nach dutzenden rechtwinkligen Dreiecken, wenn schon nicht bekannt, so doch intuitiv klar sein, dass die Hypotenuse eines rechtwinkligen Dreiecks länger ist als jede seiner Katheten (nötigenfalls kann man ja auch messen!).

Im Sinne der PISA-Statistik ist das österreichische Ergebnis aber in jeder Hinsicht hervorragend: Die in Österreich beobachtete Lösungshäufigkeit von 26% liegt signifikant über dem OECD-Durchschnitt von 20%, Österreich hat sich gegenüber dem Jahr 2000 (22%) deutlich verbessert und liegt klar vor dem europäischen „Testsieger“ Finnland mit 22% und auch noch knapp vor unseren überwiegend deutschsprachigen Nachbarländern Deutschland (24%) und Schweiz (25%).

PISA-Proponenten verwehren sich gegen einen Vergleich mit sportlichen Wettkämpfen, bei denen nur die Rangplätze (1., 2., 3. usw.), nicht aber die erbrachten Leistungen ermittelt bzw. wahrgenommen werden und hält fest, dass solche Rankings keinesfalls das Wesentliche ihres Tests seien.

Andererseits unterstützen die PISA-Statistiken aber vorrangig (und nicht nur in der Öffentlichkeit!) eine auf Vergleich ausgerichtete Ergebniswahrnehmung und eine nur relative, an interessierenden „Konkurrent(inn)en“, nicht aber an Zielen oder Normwerten festgemachte Ergebnisbewertung (was eben eher einem Leistungsvergleich im Sinne eines sportlichen Wettkampfs entspricht, nicht aber einer Leistungsmessung).

PISA versteht sich also einerseits als normatives Konzept („Mathematical Literacy“), liefert aber anstelle von überprüfbaren Kriterien für eine hinreichende Erfüllung seiner Normen lediglich empirische Befunde.

Für die fachdidaktische Arbeit an den PISA-Daten und deren Bewertung bedeutet dies, dass man jede einzelne Aufgabe bzw. Aufgabengruppe ansehen, sie im Hinblick auf ihre Anforderungen analysieren muss und erst dann darüber diskutieren und aushandeln kann, ob es mit den in Österreich gemeinsam getragenen Vorstellungen von mathematischer Bildung verträglich ist, wenn diese Aufgabe von (nur) 26% der österreichischen Schülerinnen und Schüler gelöst wird.

Literatur

Bender, P. (2003): *Die etwas andere Sicht auf die internationalen Vergleichs-Untersuchungen TIMSS, PISA und IGLU*. In: Freese, P. (Hrsg.): *Paderborner Universitätsreden*. Universität Paderborn, Paderborn, 35-61.

Bender, P. (2005): *Die etwas andere Sicht auf PISA, TIMSS und IGLU*. Erscheint in: *Der Mathematikunterricht*.

Freudenthal, H. (1983): *Didactical Phenomenology of Mathematical Structures*. Reidel, Dordrecht.

Jablonka, E. (2003): *Mathematical Literacy*. In: Bishop, A. J. et. al. (eds.): *Second International Handbook of Mathematics Education, Part I*. Kluwer: Dordrecht/Boston/London, 75-102.

Jahnke, T. (2005): *Ideologiekritisches und Versöhnliches zu PISA&Co*. Typoskript, Potsdam, 16 S.

Neubrand, M. (2004): *Mathematische Kompetenzen von Schülerinnen und Schülern in Deutschland. Vertiefende Analysen von PISA 2000*. VS Verlag für Sozialwissenschaften, Wiesbaden, 15-29.

Neubrand, M. u. a. (2004): *Grundlagen der Ergänzungen des internationalen PISA-Mathematiktests in der deutschen Zusatzerhebung*. In: Neubrand, M. (Hrsg.): *Mathematische Kompetenzen von Schülerinnen und Schülern in Deutschland. Vertiefende Analysen von PISA 2000*. VS Verlag für Sozialwissenschaften, Wiesbaden, 229-270.

OECD (Hrsg.) (2003): *The PISA 2003 Assessment Framework. Mathematics, Reading, Science and Problem Solving Knowledge and Skills*. OECD, Paris.