

*Werner Peschek, Franz Picher und Edith Schneider*

# PISA MATHEMATIK 2006: DIE ÖSTERREICHISCHEN ERGEBNISSE AUS FACHDIDAKTISCHER SICHT

*Die Mathematikleistungen der österreichischen Schüler/innen liegen im internationalen (OECD-)Durchschnitt. Bei differenzierterer Analyse der Daten lassen sich in bestimmten Bereichen „relative Stärken“ bzw. „relative Schwächen“ (im Vergleich zum OECD-Durchschnitt) und recht beträchtliche Unterschiede hinsichtlich Schulkarrieren (Hauptschule vs. Unterstufe AHS) und Geschlecht ausmachen.*

*Neben derartigen empirischen Vergleichen erscheint es aus fachdidaktischer Sicht von besonderem Interesse, die Testergebnisse in Bezug auf die „objektiven“ Anforderungen der PISA-Aufgaben zu diskutieren und zu bewerten.*

## ***Das PISA-Framework Mathematik und die Testaufgaben***

Der bildungstheoretische Rahmen von PISA 2006 wird im Framework zu PISA 2006 (OECD, 2006) festgelegt. Konstitutiv für PISA Mathematik und die mathematischen Testaufgaben scheint die Auffassung (vgl. Peschek, 2006, S. 62ff),

- dass ein wesentliches Bildungsziel in der Befähigung zur unbehinderten, aktiven und reflektierten Teilnahme am Leben in unserer Gesellschaft zu sehen ist,
- dass eine solche Befähigung von jedem einzelnen Individuum mathematische Grundkompetenzen im Sinne von „Mathematical Literacy“ (OECD, 2006, S. 145) erfordert, und
- dass Mathematical Literacy dabei vor allem die Fähigkeit meint, mathematisches Wissen und Können in vielfältigen lebensweltlichen Situationen flexibel, verständig und reflektiert einsetzen zu können.

Mathematical Literacy beschränkt sich also nicht auf die Kenntnis mathematischer Begriffe, Fakten, Konzepte und Verfahren. Sie setzt diese vielmehr voraus und fokussiert auf eine kreative Vernetzung solcher Kenntnisse, um auch neuartige, mathematisch noch nicht strukturierte, lebensnahe Situationen zu analysieren, zu strukturieren, zu interpretieren und zu kommunizieren.

Die PISA-Testaufgaben wurden von Expert/inn/en an entsprechenden Zentren des internationalen PISA-Konsortiums unter Einbeziehung von Vorschlägen aus den Teilnehmerländern entwickelt, in einem aufwändigen mehrstufigen Verfahren an Schülergruppen getestet, mehrfach von Expertengruppen beurteilt und weiterentwickelt, letztlich einem Feldtest in allen Staaten unterzogen und nach einer neuerlichen Expertenbeurteilung für den Haupttest zusammengestellt (Näheres siehe Schreiner et al., 2007 oder Schwantner, 2007).

Der PISA-Test 2006 Mathematik umfasst 48 Aufgaben, die alle bereits im Test 2003 (mit insgesamt 84 Aufgaben) eingesetzt wurden und sich hinsichtlich verschiedener Aspekte unterscheiden:

### ***Mathematische Stoffgebiete***

Die eingesetzten Testaufgaben können (schwerpunktmäßig) folgenden mathematischen Stoffgebieten zugeordnet werden:

- Zahlen, Größen (Arithmetik): 16 Aufgaben
- elementare Algebra: 2 Aufgaben
- Funktionen: 5 Aufgaben
- elementare Geometrie: 11 Aufgaben
- beschreibende Statistik: 10 Aufgaben
- Wahrscheinlichkeit: 4 Aufgaben

Die überwiegende Mehrheit der Aufgaben ist mathematischen Stoffgebieten zuzurechnen, die lehrplangemäß Gegenstand des österreichischen Mathematikunterrichts der ersten acht Schuljahre sein sollten. Entsprechendes gilt für die in den PISA-Testaufgaben angesprochenen mathematischen Begriffe, Konzepte und Verfahren.

Mit der Wahrscheinlichkeit (im Wesentlichen elementare Wahrscheinlichkeitsinterpretationen und deren Prognosekraft) tritt allerdings auch ein mathematisches Stoffgebiet (mit vier Aufgaben) auf, das in den österreichischen Lehrplänen für den Mathematikunterricht bis zur 10. Schulstufe nicht vorgesehen ist – auch wenn es aus internationaler fachdidaktischer Sicht weitgehend unbestritten ist, dass dieses Stoffgebiet im Mathematikunterricht der Pflichtschule nicht fehlen sollte.

Bemerkenswert ist weiters, dass im PISA-Test relativ viele Aufgaben (21 %) aus dem Bereich der beschreibenden Statistik, jedoch nur zwei Aufgaben zur elementaren Algebra gestellt werden. Gemessen an den österreichischen Lehrplänen, den Schulbüchern wie auch der Unterrichtspraxis ist die beschreibende Statistik damit im PISA-Test überrepräsentiert, die elementare Algebra stark unterrepräsentiert. Aus fachdidaktischer Sicht entspricht die starke Betonung der beschreibenden Statistik durchaus ihrer Relevanz im Sinne der Mathematical Literacy. Im Hinblick auf die große Bedeutung, die der elementaren Algebra als Mittel zur Darstellung mathematischer Beziehungen in inner- wie auch außermathematischen Zusammenhängen zukommt, setzt der PISA-Test in diesem Bereich ein didaktisch eher fragwürdiges Zeichen.

### ***Kontext der Aufgaben***

Die Aufgaben sind in Kontexte eingebettet, die dem persönlichen (9), dem bildungsbezogenen oder beruflichen (8), dem öffentlichen (18) oder einem wissenschaftlichen (12) Umfeld zugeordnet werden (können), eine Aufgabe ist innermathematisch (kontextfrei).

Es handelt sich dabei überwiegend um Kontexte, die man (in ähnlicher Form) auch in österreichischen Mathematik-Schulbüchern findet, ungewohnt ist aber oft die Art der Fragestellung, die häufiger auf kommunikative Tätigkeiten (etwa Interpretieren, Argumentieren, Dokumentieren) fokussiert als auf operative Tätigkeiten.

### ***Antwortformate***

Für die Beantwortung der Aufgaben sind im Test verschiedene Antwortformate vorgesehen:

- *Kurze, geschlossene Antworten* (19 Aufgaben): Es wird eine Angabe von Zahlenwerten, Größen, mathematischen Termen oder das Darstellen von Zahlenwerten in einer vorgegebenen Grafik verlangt.
- *Multiple Choice Antworten* (22 Aufgaben): Bei diesen Aufgaben ist die Auswahl bzw. Zuordnung richtiger Antworten aus mehreren vorgegebenen Antwortmöglichkeiten oder die Bewertung (z. B. richtig/falsch) von vorgegebenen Aussagen erforderlich.

- *Offene Antworten* (7 Aufgaben): Erwartet wird hier die Formulierung einer ausführlicheren, freien Antwort (verbale Interpretationen, Beschreibungen, Begründungen).

Die kurze, geschlossene Antwort entspricht weitgehend dem im österreichischen Mathematikunterricht am häufigsten verwendeten Antwortformat. Offene Antworten sind aus didaktischer Sicht zweifellos sehr wertvoll, sie werden im traditionellen Mathematikunterricht – zumindest bei schriftlichen Leistungsfeststellungen – jedoch eher selten verlangt. Sehr unüblich für den (österreichischen) Mathematikunterricht sind Multiple-Choice-Aufgaben.

Bemerkenswert erscheint, dass sich der Anteil von Multiple-Choice-Aufgaben gegenüber 2003 deutlich erhöht, jener der offenen Aufgaben deutlich verringert hat.

### ***Kompetenzcluster***

Das Mathematik-Framework unterscheidet weiters zwischen drei so genannten „Kompetenzclustern“, die durch unterschiedlich anspruchsvolle mathematische Tätigkeiten charakterisiert sind:

- |   |             |
|---|-------------|
| • Reproduktion<br>(Wiedergabe von Wissen und Routineverfahren)                                      | 11 Aufgaben |
| • Verbindungen<br>(Herstellen von Verbindungen zwischen weitgehend vertrauten Problemlöseelementen) | 24 Aufgaben |
| • Reflexion<br>(Nachdenken über Elemente/Schritte in wenig vertrauten Problemsituationen)           | 13 Aufgaben |

Gegenüber PISA 2003 ist bei den 2006 verwendeten Aufgaben eine Verschiebung von der Reproduktion hin zu Verbindungen und Reflexion feststellbar.

Mit Blick auf den traditionellen österreichischen Mathematikunterricht erscheint der Anteil an Reflexionsaufgaben eher hoch, jener an Reproduktionsaufgaben etwas niedrig; aus fachdidaktischer Perspektive erscheint ein derartiger Anspruch allerdings durchaus angemessen.

### ***Psychometrische Schwierigkeit***

Für den PISA-Test wurden Aufgaben mit sehr unterschiedlichem psychometrischem Schwierigkeitsgrad zusammengestellt (siehe Abbildung 1).

Innerhalb der OECD liegt die Lösungshäufigkeit zwischen 95 % („leichteste Aufgabe“) und 7 % („schwierigste Aufgabe“), die durchschnittliche Lösungshäufigkeit beträgt 48 %. Aufgaben mittlerer Schwierigkeit kommen überproportional häufig vor: Fast ein Drittel aller Aufgaben weist eine Lösungshäufigkeit zwischen 40 % und 60 % auf, bei fast zwei Drittel aller Aufgaben liegt die Lösungshäufigkeit zwischen 30 % und 70 %.

### ***Die österreichischen Ergebnisse im internationalen Vergleich***

Die getesteten österreichischen Schüler/innen erreichten beim PISA-Test 2006 Mathematik im Durchschnitt (Mittelwert) 505 Punkte auf der PISA-Skala und liegen damit um 7 Punkte über dem OECD-Durchschnitt von 498 Punkten. Unter Berücksichtigung zufälliger Stichprobenabweichungen lässt sich daraus (mit 95 % Sicherheit) schließen, dass der Durchschnittswert aller österreichischen Schüler/innen zwischen 498 und 512 Punkten liegt (vgl. Abbildung 2).

Mit dem Mittelwert von 505 Punkten liegt Österreich an der 13. Stelle der 30 OECD-Staaten. Für die Mathematikleistungen aller österreichischen Schüler/innen lässt dies lediglich die recht vage Aussage zu, dass Österreich einen Rang zwischen 10 und 19 unter allen 30 OECD-Staaten einnimmt (vgl. Abbildung 3). Österreich liegt mit seinem Mittelwert also innerhalb der OECD recht unauffällig etwa in der Mitte eines breiten Mittelfeldes (in dem bereits geringe, zufallsbedingte Veränderungen des Mittelwerts deutliche Rangverschiebungen zur Folge haben können). Nur fünf der neun signifikant besser und sieben der elf signifikant schlechter platzierten Länder unterscheiden sich hinsichtlich ihres Mittelwerts in einem allenfalls relevanten Ausmaß (Effektstärke > 0,2) von Österreich; selbst die Mittelwertsdifferenz zu „PISA-Sieger“ Finnland weist eine nur kleine Effektstärke auf!

Einen Vergleich der Lösungshäufigkeiten der österreichischen Schüler/innen mit jenen aus Deutschland sowie mit den Schüler/inne/n des „PISA-Siegers“ Finnland zeigt Abbildung 1. Während die Ergebnisse der deutschen Schüler/innen von jenen der österreichischen Schüler/innen (wie auch vom OECD-Durchschnitt) selten stark abweichen (mit leichten Vorteilen der österreichischen Schüler/innen bei schwierigeren Aufgaben), zeigen die finnischen Schüler/innen fast durchwegs (deutlich) bessere Ergebnisse: Bei mehr als 70 % aller Aufgaben liegen ihre Lösungshäufigkeiten deutlich (mehr als 5 Prozentpunkte) über jenen der österreichischen Schüler/innen, nur bei drei Aufgaben kommen die österreichischen Schüler/innen auf (geringfügig) höhere Lösungshäufigkeiten.

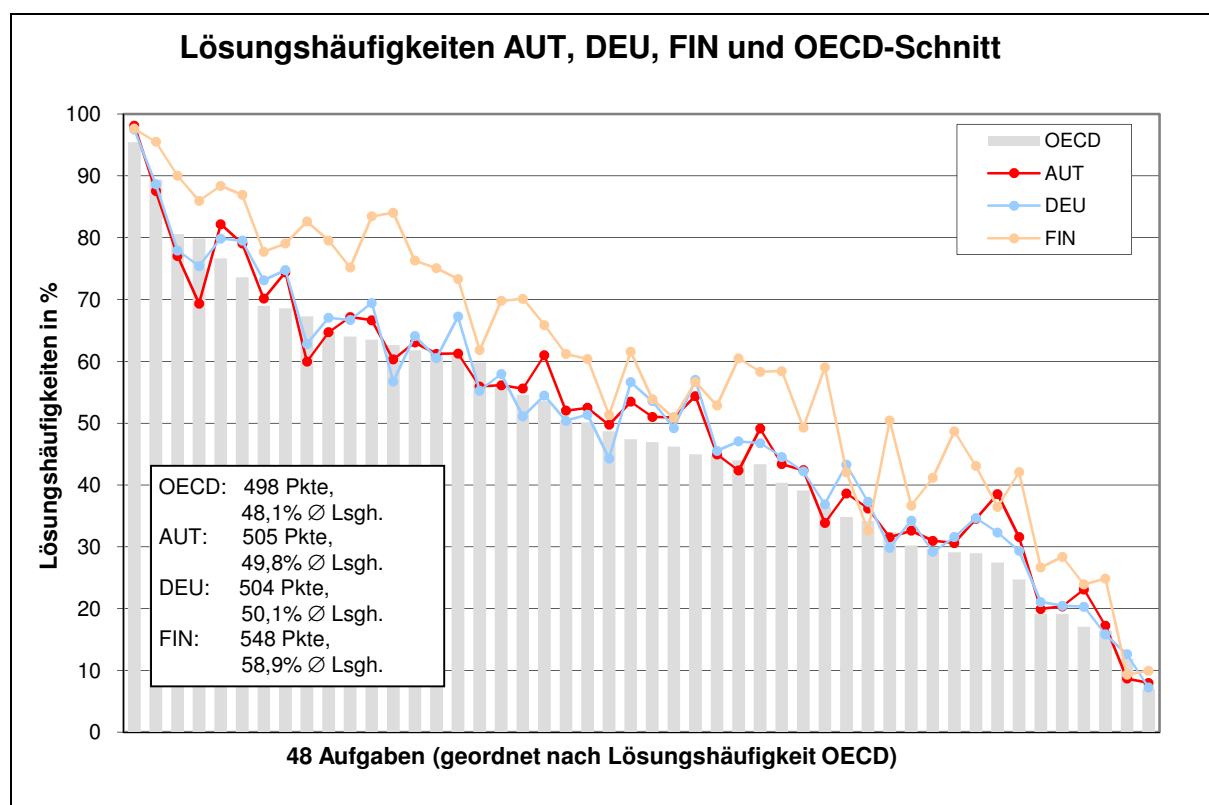


Abbildung 1: Lösungshäufigkeiten in Österreich, Deutschland, Finnland und im OECD-Schnitt

### Vergleich mit früheren PISA-Tests

Die Abbildungen 2 und 3 machen deutlich, dass weder hinsichtlich der Mittelwerte noch hinsichtlich der Ränge statistisch signifikante Unterschiede zwischen den Ergebnissen der Jahre 2003 und 2006 feststellbar sind.

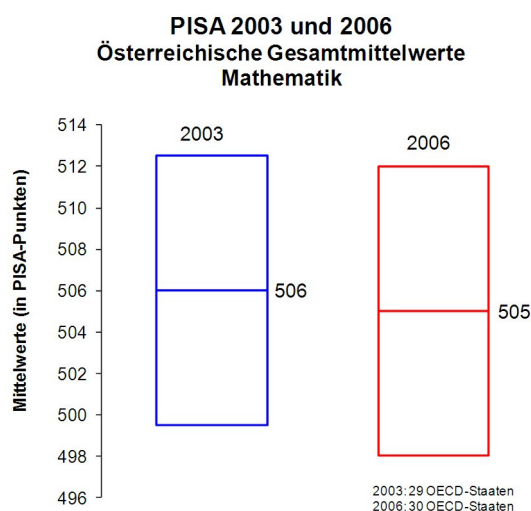


Abbildung 2: Gesamtmittelwerte Österreich in den Jahren 2003 und 2006

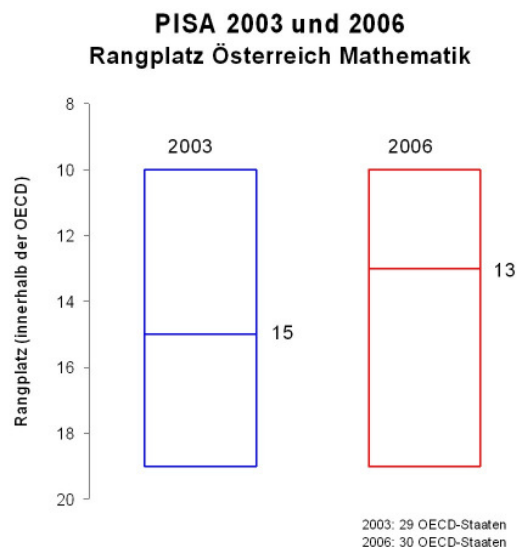


Abbildung 3: Rangplätze Österreich in den Jahren 2003 und 2006

Auch ein Vergleich der durchschnittlichen Lösungshäufigkeiten jener 48 Aufgaben, die sowohl im Test 2006 als auch im Test 2003 eingesetzt wurden, macht deutlich, dass sich kaum Veränderungen zeigen ( $\emptyset$  Lösungshäufigkeit 2003: 49,7 %; 2006: 49,8 %).

Ein Vergleich mit den Ergebnissen im Jahre 2000 ist aufgrund unterschiedlicher Testdesigns nicht möglich. Die Ergebnisse aus dem Jahre 2000 liefern allerdings weder hinsichtlich der Mittelwerte noch hinsichtlich der Rangplätze oder der durchschnittlichen Lösungshäufigkeiten Anhaltspunkte für relevante Abweichungen gegenüber 2003 bzw. 2006.

### **Relative Stärken und Schwächen der österreichischen Schülerinnen und Schüler**

Vergleicht man die von den österreichischen Schülerinnen und Schülern bei den einzelnen Stoffgebieten erreichten Lösungshäufigkeiten mit dem jeweiligen OECD-Durchschnitt (Abbildung 4), so erkennt man, dass die österreichischen Schüler/innen leichte *relative* (!) Stärken in der elementaren Geometrie (durchschnittlich 4,0 Prozentpunkte höhere Lösungshäufigkeit) sowie in der Arithmetik (durchschnittlich 2,5 Prozentpunkte höhere Lösungshäufigkeit) aufweisen. In der Statistik und bei den Funktionen zeigen sich keine nennenswerten Unterschiede, bei der Wahrscheinlichkeit treten bei drei der vier Aufgaben (bei einer Aufgabe sehr deutlich) relative Schwächen zu Tage. Die beiden Aufgaben zur elementaren Algebra werden von den österreichischen Schülerinnen und Schülern (geringfügig bzw. deutlich) besser gelöst als von jenen der OECD insgesamt.

Bei den Kontexten und den Antwortformaten zeigen die österreichischen Ergebnisse keine auffälligen Abweichungen gegenüber den OECD-Ergebnissen, bei den Kompetenzclustern zeigen die österreichischen Schüler/innen leichte *relative* Stärken beim Kompetenzcluster „Verbindungen“.

Abbildung 5 zeigt, dass sich auch hinsichtlich der psychometrischen Schwierigkeit der Aufgaben keine ausgeprägten relativen Stärken oder Schwächen der österreichischen Schüler/innen ausmachen lassen, geringfügige relative Stärken sind bei den Aufgaben mittlerer und höherer Schwierigkeit erkennbar (vgl. auch Abbildung 1).

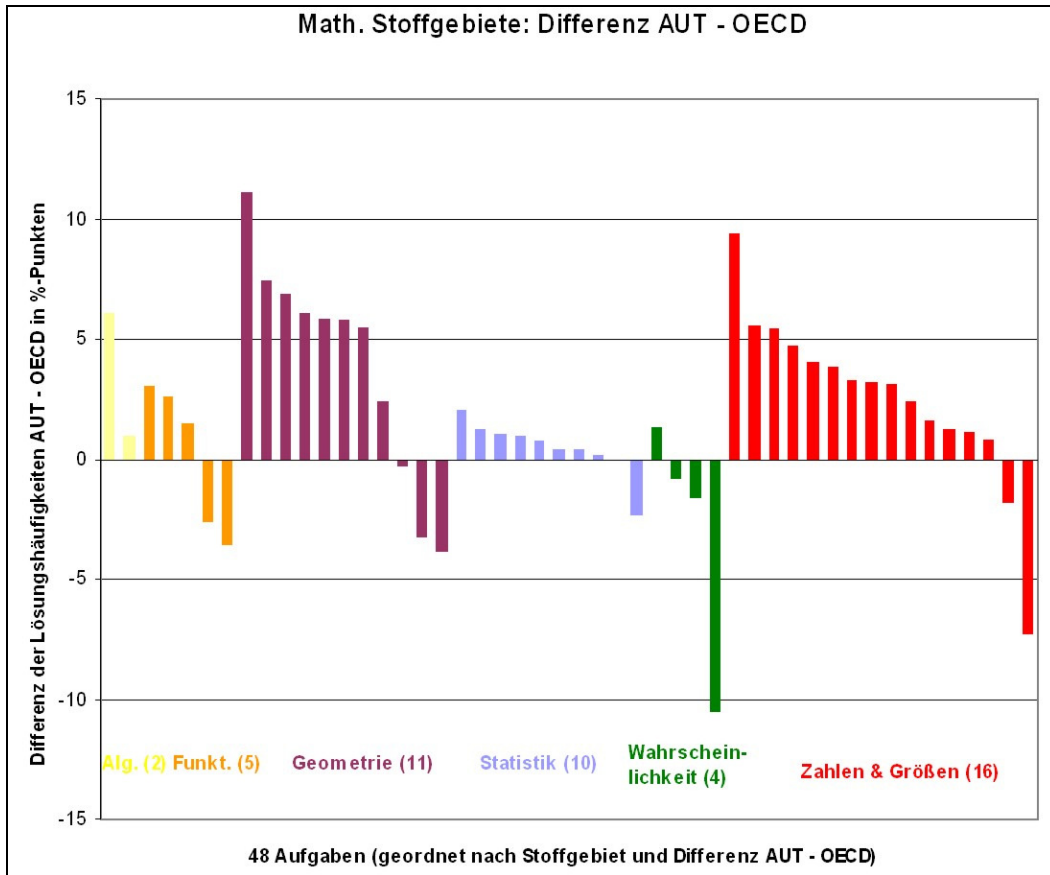


Abbildung 4: Differenz Österreich – OECD-Schnitt bei den verschiedenen Stoffgebieten

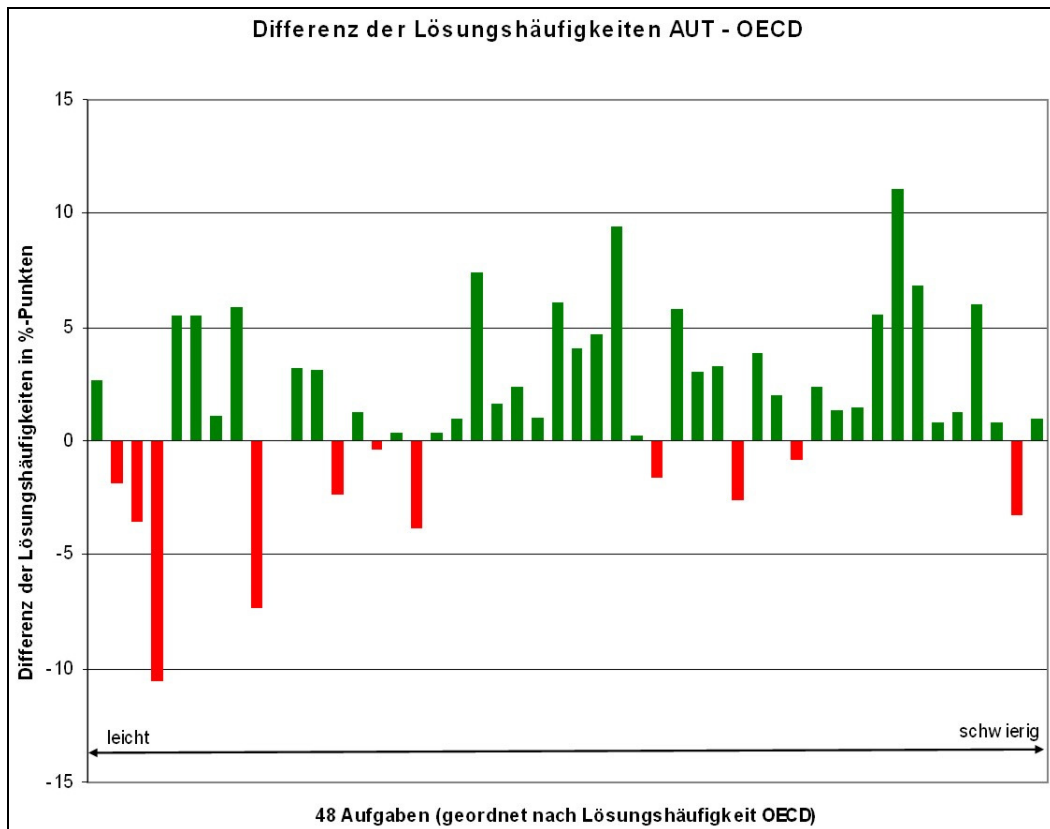


Abbildung 5: Differenz der Lösungshäufigkeiten Österreich – OECD

## ***Welche Fähigkeiten werden im PISA-Mathematik-Test 2006 überprüft?***

PISA versteht sich einerseits als normatives bildungstheoretisches Konzept („Mathematical Literacy“), liefert aber anstelle von überprüfbareren Kriterien für eine hinreichende Erfüllung seiner Normen lediglich empirische Befunde, die eine auf Vergleich ausgerichtete Ergebniswahrnehmung und eine nur an interessierenden „Konkurrent/inn/en“, nicht aber an Zielen und Normwerten festgemachte Leistungsmessung unterstützen. (Daran vermögen auch die – in der Mathematikdidaktik zu Recht heftig kritisierten – formal festgelegten „Kompetenzstufen“ und die damit identifizierten „Risikogruppen“ wenig zu ändern.)

Für eine normativ orientierte Bewertung der PISA-Ergebnisse ist es erforderlich, jede einzelne Aufgabe bzw. jede Aufgabengruppe im Hinblick auf ihre fachlichen Anforderungen zu analysieren und die im Test gezeigten Leistungen diesen Anforderungen gegenüberzustellen (vgl. Peschek, 2006, S. 68ff).

### ***Zahlen, Größen***

Mit 16 (einem Drittel aller) Aufgaben ist die Arithmetik das im PISA-Mathematik-Test 2006 am stärksten vertretene Themengebiet.

#### *Stoffinhaltliche Anforderungen:*

- häufig natürliche Zahlen, seltener rationale Zahlen (Dezimalschreibweise mit maximal zwei Dezimalstellen, Bruchdarstellung); Größenvergleiche
- häufig Grundrechenoperationen (Addition, Subtraktion, Multiplikation, Division)
- Prozente, Anteile; einfache Verhältnisse/Proportionen
- Teilbarkeit(sregeln) von natürlichen Zahlen
- einfache Maße (z. B. Zeitmaße)

#### *Mathematische Tätigkeiten:*

- meistens Durchführung von Grundrechnungsarten (oft eine, manchmal auch mehrere); welche Operation durchzuführen ist, ist manchmal angegeben, muss meist aber anhand der Problemstellung selbst erkannt werden
- gelegentlich einfache Interpretationen wie etwa Werte aus Tabellen oder grafischen Darstellungen ablesen, Werte im Kontext deuten
- manchmal sind Rechenwege zu dokumentieren oder zu bewerten

### ***Elementare Algebra***

Mit nur zwei Aufgaben ist die elementare Algebra im PISA-Mathematik-Test 2006 überaus schwach vertreten.

In den Aufgaben wird verlangt, eine einfache Formel aufzustellen (elementare Form einer Modellbildung) bzw. abzuschätzen, wie sich in einer Formel die Veränderung eines Parameters auf den Formelwert auswirkt.

### ***Funktionen***

Im PISA-Mathematik-Test 2006 sind lediglich fünf Aufgaben dem Themengebiet Funktionen zuzuordnen.

#### *Stoffinhaltliche Anforderungen:*

- grafische Darstellung funktionaler Zusammenhänge (ausschließlich „empirische“, keine termdarstellbaren Funktionen)

#### *Mathematische Tätigkeiten:*

- Ablesen von Argument- oder Funktionswerten aus Funktionsgraphen, Interpretation der Ablesewerte im Kontext bzw. mit Ablesewerten im Kontext argumentieren
- Deutung der Steigung eines Funktionsgraphen im Kontext

### ***Elementare Geometrie***

Mit elf Aufgaben stellt die Geometrie ein im PISA-Mathematik-Test 2006 sehr wichtiges Themengebiet dar.

#### *Stoffinhaltliche Anforderungen:*

- vor allem elementare geometrische Figuren (Quadrat, Rechteck, Dreieck, Kreis), und daraus abgeleitete Begriffe (z. B. „rechteckig“); elementare Eigenschaften
- seltener einfache geometrische Körper (Quader, Pyramide); Grundriss, Aufriss, Schrägriss, Netz/Faltmodell
- Seiten(längen), Flächen(inhalte); Umfangs- und Flächenberechnungen (auch einfacher zusammengesetzter Figuren); Parkettierung; Maßstab

#### *Mathematische Tätigkeiten:*

- insbesondere geometrische Darstellungen „lesen“ und im Kontext interpretieren: Erkennen geometrischer Formen, Figuren bzw. Körper sowie elementarer geometrischer Eigenschaften in Grund-, Auf- und Schrägriss, Ablesen von Werten, Längen- und Lagebeziehungen etc.; Anwendung grundlegender geometrischer Eigenschaften
- Gedankliches Drehen bzw. Zusammenbauen von Figuren und Körpern („Kopfgeometrie“)
- Ermitteln von Streckenlängen aus geometrischen Darstellungen, Umfänge und Flächeninhalte berechnen
- gelegentlich Lösungswege dokumentieren
- bemerkenswert: Keine geometrischen Konstruktionen!

Oft ist zur Lösung einer Aufgabe die Verbindung mehrerer mathematischer Tätigkeiten erforderlich.

### ***Beschreibende Statistik***

Mit zehn Aufgaben ist die beschreibende Statistik neben Arithmetik und Geometrie das dritte große Themengebiet des PISA-Mathematik-Tests 2006.

#### *Stoffinhaltliche Anforderungen:*

- einfache statistische Diagramme (Stabdiagramm, Liniendiagramm)
- arithmetisches Mittel als „Durchschnitt“
- Streuung phänomenologisch

#### *Mathematische Tätigkeiten:*

- häufig Ablesen von Werten aus Diagrammen und Interpretation der Werte im Kontext
- Interpretation von Datenreihen, Bewertung von Aussagen dazu
- häufig Ermittlung des arithmetischen Mittels, Berechnung erklären; gelegentlich Korrektur bei fehlerhaften Werten; Einschätzung der Auswirkung geänderter Werte, Berücksichtigung der Ausreißerproblematik
- Interpretation des arithmetischen Mittels im Kontext

### ***Wahrscheinlichkeit***

Es gibt vier Aufgaben zum Wahrscheinlichkeitsbegriff.

Dabei wird Wahrscheinlichkeit als relative Häufigkeit, als relativer Anteil oder als Maß für die Erwartung eines Experten (subjektive Wahrscheinlichkeit) verstanden. Die Aufgaben verlangen, eine Wahrscheinlichkeit (als relativer Anteil) zu ermitteln, insbesondere aber Interpretationen von Wahrscheinlichkeitsaussagen zu bewerten.

### ***Gesamteinschätzung***

Die Anforderungen des PISA-Mathematik-Tests 2006 beschränken sich *in stoffinhaltlicher Hinsicht* auf sehr elementare Inhalte aus den Stoffgebieten Arithmetik, Algebra, Geometrie beschreibende Statistik, Funktionen und Wahrscheinlichkeit. Die stoffinhaltlichen Anforderungen bleiben damit deutlich hinter jenen zurück, die den Schüler/inne/n üblicherweise im Mathematikunterricht in Österreich (und wohl auch in den meisten anderen OECD-Ländern) abverlangt werden – und es gibt kaum eine PISA-Aufgabe, die nicht allen österreichischen 15/16-jährigen Schüler/inne/n zugemutet werden kann und muss.

So gesehen sind die Ergebnisse des PISA-Mathematik-Tests 2006 (nicht nur in Österreich, sondern weltweit!) sehr unbefriedigend.

Für die unbefriedigenden Ergebnisse der österreichischen Schüler/innen kann man zumindest folgende drei Gründe vermuten:

1. Bei den PISA-Aufgaben handelt es sich – mit einer Ausnahme – durchwegs um Textaufgaben mit außermathematischem Kontext. Die Aufgaben stellen zum Teil beträchtliche Anforderungen in Bezug auf ein adäquates Text- sowie Kontextverständnis. Diese Anforderungen sind Schüler/inne/n dieses Alters durchaus zumutbar, sie sind selbstverständlich ein wesentlicher Teil von Mathematical Literacy – sie finden jedoch im traditionellen österreichischen Mathematikunterricht keine entsprechend starke Berücksichtigung.
2. Der traditionelle österreichische Mathematikunterricht fokussiert sehr stark auf operative Tätigkeiten, also auf Rechnen (bzw. Konstruieren). Andere mathematische Tätigkeiten wie Interpretieren im Kontext, Dokumentieren, Argumentieren, Reflektieren, Bewerten u. Ä. spielen meist eine eher untergeordnete Rolle. Im PISA-Test hingegen überwiegen deutlich Anforderungen hinsichtlich interpretativer und reflektierender Tätigkeiten; wenn bei einer PISA-Aufgabe operatives Wissen erforderlich ist (vor allem in der Arithmetik, teilweise auch in der Geometrie), dann geht es auch dabei in vielen Fällen um die Reflexion operativer Tätigkeiten und um deren Bewertung. Die Ausführung operativer Tätigkeiten wird eher selten und nur in einfachsten Formen verlangt.
3. Der traditionelle österreichische Mathematikunterricht ist eher auf kurzfristig (für Prüfungen und Schularbeiten) verfügbares und in vertrauten, eingeübten Situationen anwendbares Wissen und Können ausgerichtet. Längerfristig und flexibel in neuartigen Situationen anwendbares Wissen und Können wird allenfalls von sehr guten Schüler/inne/n verlangt, nicht aber von durchschnittlichen oder gar leistungsschwächeren Schüler/inne/n (vgl. Österr. Leistungsbeurteilungsverordnung, §14). Eine wesentliche Anforderung von PISA besteht nun aber gerade darin, dass – im Hinblick auf eine entsprechende Lebensvorbereitung – die Fähigkeit zur flexiblen Anwendung von längerfristig verfügbarem (elementarem) mathematischem Wissen und Können in ungewohnten Situationen überprüft wird.

### ***Leistungsunterschiede nach Schulsparten und Schulkarriere***

Die im PISA-Test 2006 erfasste Stichprobe wurde der Gesamtpopulation der beschulten Schüler/innen des Jahrgangs 1990, also der 15-16-Jährigen, entnommen. Diese Schüler/innen befinden sich in der Regel in der 9. oder 10. Schulstufe.

Für Österreich stellt dies insofern ein gewisses Problem dar, als sich die Schüler/innen bereits nach vier Schuljahren auf HS und AHS-Unterstufe verteilen, nach der 8. Schulstufe dann weiter in PTS, BS, BMS, BHS und AHS-Oberstufe differenziert wird. Alle diese Schulsparten sind grundsätzlich sowohl im Anschluss an die HS als auch im Anschluss an die AHS Unterstufe wählbar. Insbesondere findet man in den BHS eine Durchmischung von Absolvent/inn/en der HS und der AHS-Unterstufe, deutlich geringer ist diese Durchmischung in den

BMS (überwiegend HS) und in den AHS (Absolvent/inn/en von HS findet man am Oberstufenrealgymnasium).

Der PISA-Mathematik-Test 2006 lässt enorme Unterschiede hinsichtlich der mathematischen Leistungsfähigkeit der Schüler/innen verschiedener Schulsparten erkennen (siehe Abbildung 6). Selbstverständlich sind diese Unterschiede kaum auf die (teilweise fehlende) mathematische Ausbildung in den beiden ersten Jahrgängen dieser Schulsparten zurückzuführen, sondern vor allem auf die mathematische Ausbildung vor Eintritt in diese Schulsparte („Schulkarriere“ – siehe unten), sie verweisen aber jedenfalls auf ein komplexes didaktisches und pädagogisches Problemfeld hinsichtlich der jeweiligen Unterrichtsarbeit und erforderlicher Fördermaßnahmen in den Schulsparten mit mathematisch leistungsschwächeren Schülerinnen und Schülern.

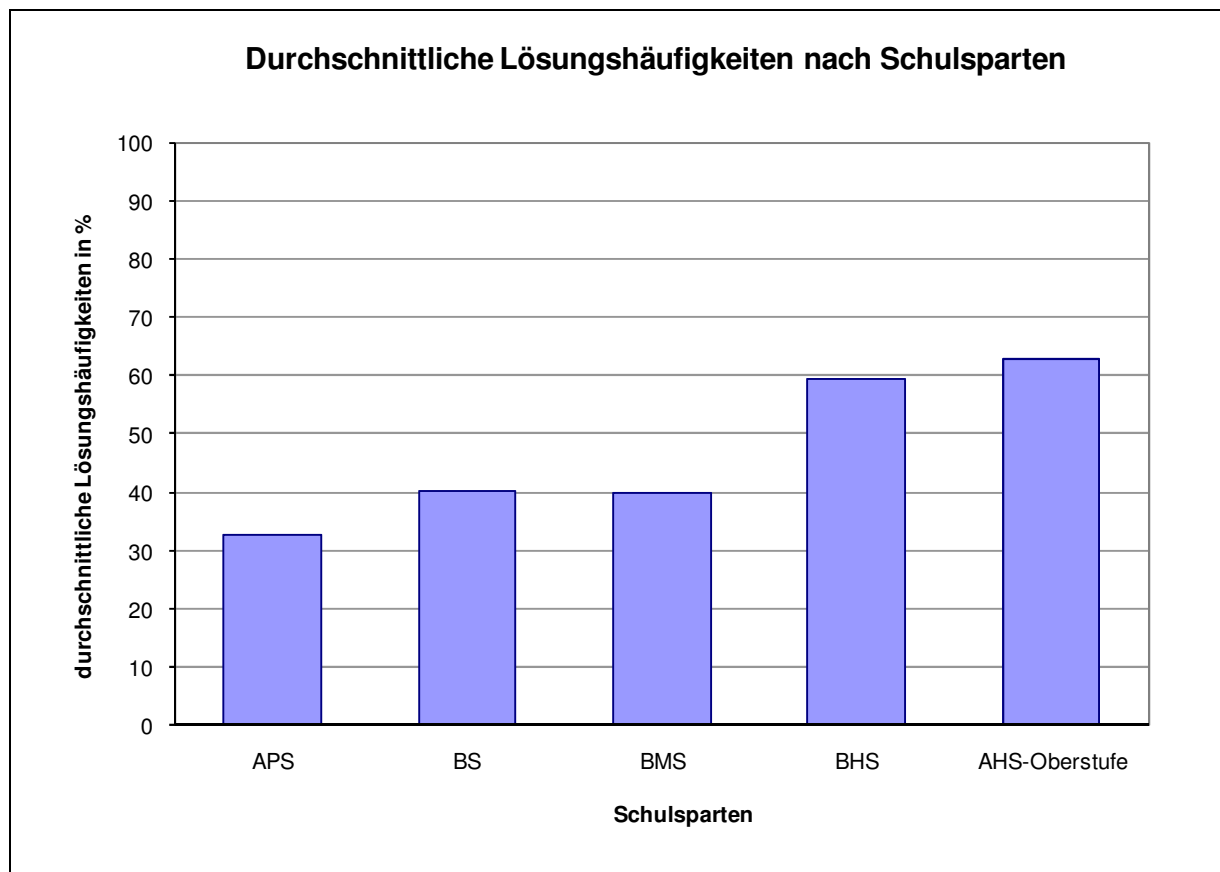


Abbildung 6: Durchschnittliche Lösungshäufigkeiten nach Schulsparten

Auch die Befunde, die nach Schulkarriere (5.-8. Schulstufe in einer HS bzw. in einer AHS-Unterstufe) differenzieren, sind nicht frei von überlagerten Effekten: Viele Absolvent/inn/en der HS haben in ihrer weiteren ein- bis zweijährigen Schullaufbahn (bis zum PISA-Test 2006) keinen Mathematikunterricht (PTS, BS, teilweise BMS, teilweise BHS), andere wiederum haben ein oder zwei weitere Jahre (z. T. sehr intensiven) Mathematikunterricht (AHS, teilweise BMS und BHS). Wenn man also die Leistungen der Schüler/innen vergleichend nach Schulkarriere betrachtet, so ist mit zu bedenken, dass diese für eine sehr deutliche Mehrheit der Absolvent/inn/en der AHS-Unterstufe durch einen weiterführenden ein- oder zweijährigen Mathematikunterricht mit beeinflusst sind, während dies für Absolvent/inn/en der HS in geringerem Maße gilt. Dieser Effekt wird allenfalls dadurch ein wenig abgeschwächt, dass sich der PISA-Mathematik-Test fast ausschließlich auf Inhalte bezieht, die Gegenstand des Mathematikunterrichts der HS bzw. AHS-Unterstufe sind, nicht aber Gegenstand des Mathema-

tikunterrichts in der 9. und 10. Schulstufe (Ausnahmen bilden hier die Stoffgebiete elementare Algebra, Funktionen, z. T. beschreibende Statistik).

Ein Vergleich der Absolvent/inn/en der HS mit jenen der AHS-Unterstufe zeigt beträchtliche Unterschiede bei den im PISA-Test 2006 erbrachten mathematischen Leistungen (Abbildung 7):

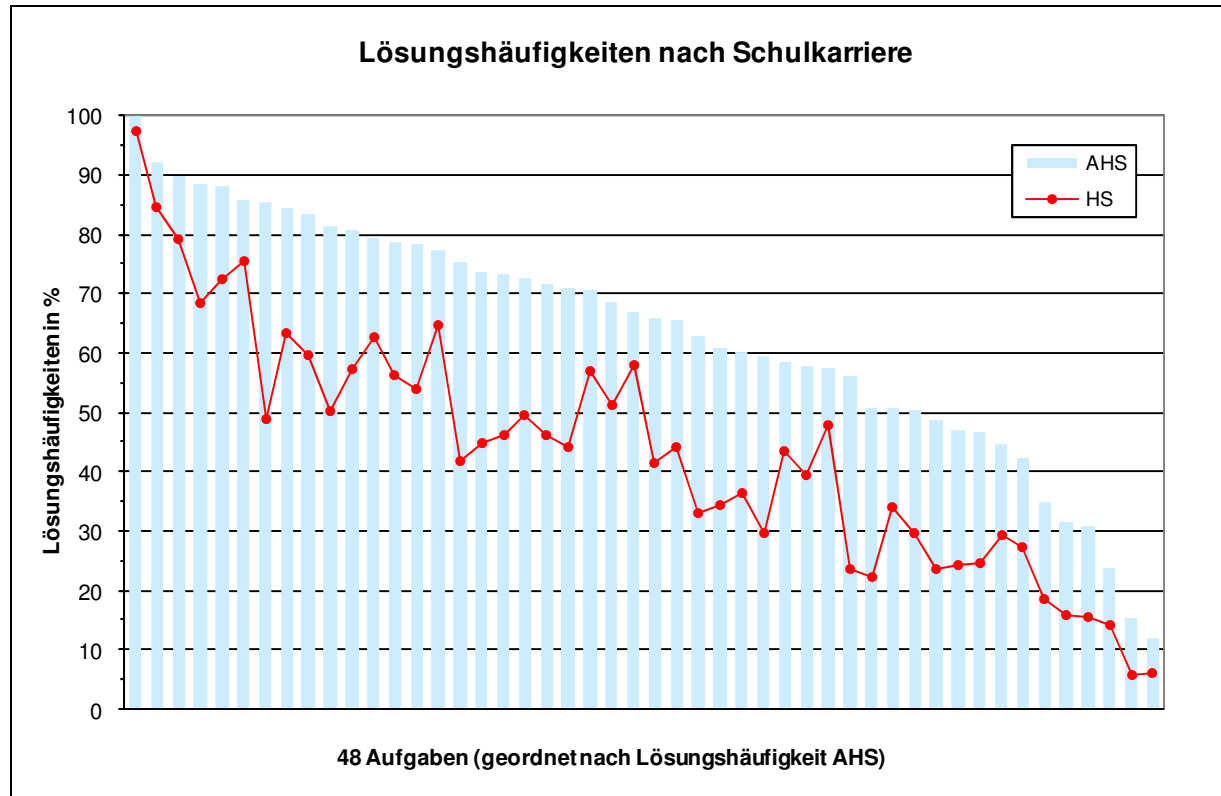


Abbildung 7: Lösungshäufigkeiten von AHS- und HS-Absolvent/inn/en

Bei keiner einzigen Aufgabe erreichen die Absolvent/inn/en der HS die von den Absolvent/inn/en der AHS-Unterstufe erzielte Lösungshäufigkeit, beim Gesamtdurchschnitt beträgt der Abstand nahezu 20 Prozentpunkte (HS 43,7 %; AHS 63,5 %), also ca. ein Drittel der von den Absolvent/inn/en der AHS-Unterstufe gezeigten durchschnittlichen Lösungshäufigkeit.

Die Unterschiede in den Lösungshäufigkeiten betragen mehrheitlich über 20 Prozentpunkte, bei einem Viertel der Aufgaben mehr als 25 Prozentpunkte, bei ca. der Hälfte der Aufgaben zwischen 15 und 25 Prozentpunkten, bei nur sieben der 48 Aufgaben ist der Abstand geringer als 10 Prozentpunkte, bei immerhin vier Aufgaben beträgt der Unterschied mehr als 30 Prozentpunkte.

Etwas überraschend erscheint, dass die 12 Aufgaben mit den größten Unterschieden in den Lösungshäufigkeiten (mehr als 25 Prozentpunkte) annähernd proportional über alle Kontexte, Antwortformate und Kompetenzcluster streuen, sich hier jedenfalls keine auffälligen Konzentrationen zeigen. Lediglich bei den Stoffgebieten fällt auf, dass sich unter diesen 12 Aufgaben keine aus dem Gebiet der elementaren Geometrie findet (und die Differenz der durchschnittlichen Lösungshäufigkeiten in der elementaren Geometrie mit 15 Prozentpunkten deutlich geringer ist als in allen anderen Stoffgebieten).

Die hier beobachteten beträchtlichen Unterschiede in den Lösungshäufigkeiten der Absolvent/inn/en der HS bzw. der AHS-Unterstufe konnten in gleichem Maße bereits beim PISA-Mathematik-Test 2003 festgestellt werden (siehe Schneider & Peschek, 2006, S. 80ff).

## Leistungsunterschiede zwischen Mädchen und Burschen

Ein Vergleich der durchschnittlichen Lösungshäufigkeiten (Mädchen: 47 %, Burschen: 52 %) zeigt, dass die Mädchen beim PISA-Mathematik-Test 2006 eine um ca. 5 Prozentpunkte geringere durchschnittliche Lösungshäufigkeit erreicht haben als die Burschen (wobei sich der Leistungsunterschied bei Differenzierung nach Schulkarrieren auf ca. 6 Prozentpunkte für die AHS-Unterstufe bzw. ca. 7 Prozentpunkte für die HS erhöht).

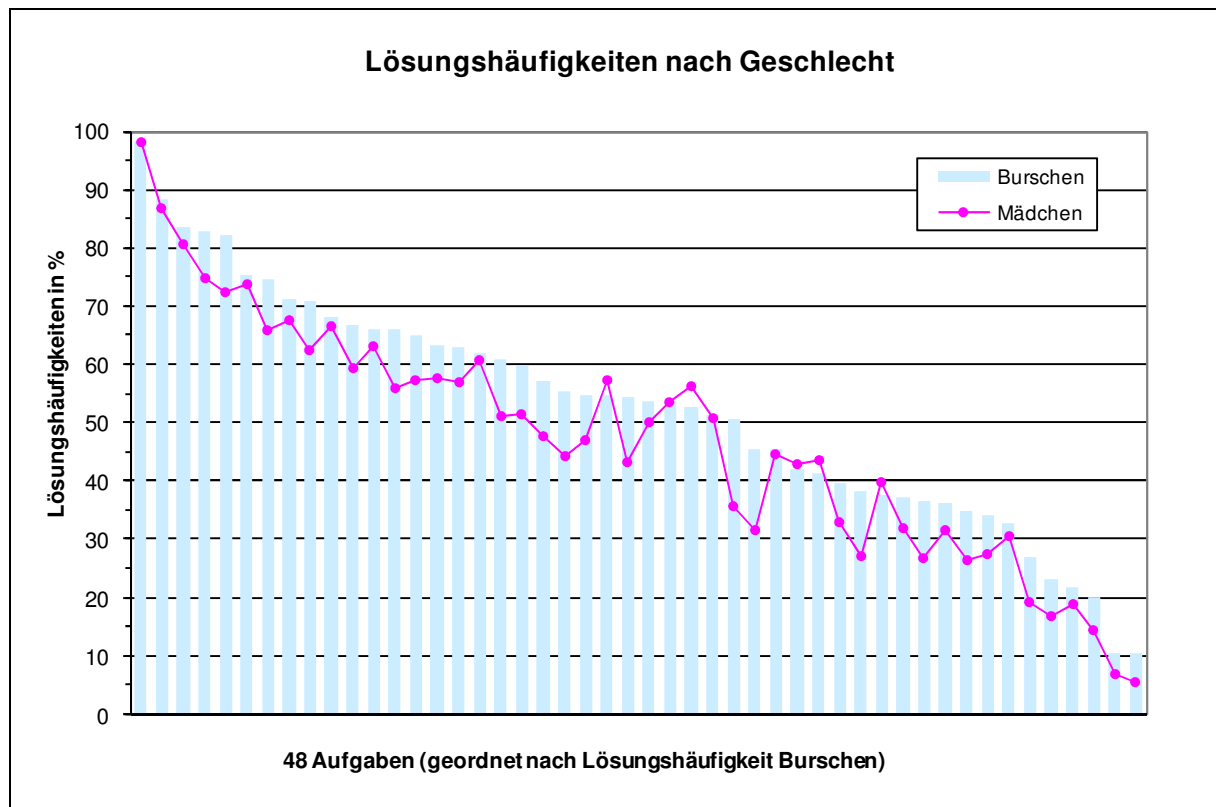


Abbildung 8: Lösungshäufigkeiten von Mädchen und Burschen

Vergleicht man die Lösungshäufigkeiten bei den einzelnen Aufgaben (Abbildung 8) so sieht man, dass es nur fünf Aufgaben gibt, bei denen die Mädchen (geringfügig) besser abgeschnitten haben als die Burschen, die Burschen hingegen bei sechs Aufgaben eine um mehr als 10 Prozentpunkte höhere Lösungshäufigkeit erreicht haben.

Weitergehende Analysen machen deutlich, dass sich die für Mädchen und Burschen im Gesamtdurchschnitt unterschiedliche Lösungshäufigkeit von ca. 5 Prozentpunkten relativ stabil in nahezu allen Bereichen zeigt. Nur in der Geometrie und bei den Funktionen zeigen die Mädchen mit Abständen von ca. 7 Prozentpunkten gegenüber den Burschen überdurchschnittlich große Schwächen (wobei die relativ besseren Ergebnisse der Burschen in der Geometrie auf den Unterricht aus „Darstellende Geometrie“, „Konstruktionsübungen“ o. Ä. zurückzuführen sein könnten, der vorwiegend in den von Burschen dominierten BS, BMS und BHS mit technischer Ausrichtung verpflichtend ist).

Überraschend erscheint, dass sich die Leistungsdifferenz zwischen Mädchen und Burschen gegenüber 2003 (Mädchen 48 %, Burschen 51 % bei den in beiden Tests gestellten 48 Aufgaben) nahezu verdoppelt hat. Dabei ist weder der Leistungsabfall bei den Mädchen noch die Leistungssteigerung bei den Burschen statistisch signifikant, der nun aber mit ca. 5 Prozent-

punkten recht deutliche Unterschied zwischen den durchschnittlichen Lösungshäufigkeiten von Mädchen und Burschen ist allerdings statistisch sehr signifikant.

## **Resümee**

Die bei PISA 2006 festgestellten Mathematikleistungen erscheinen OECD-weit unbefriedigend. Dies gilt selbst für die Spitzenländer (wie Finnland, Korea), mehr noch für Länder im Mittelfeld (wie Österreich und Deutschland) und ganz besonders natürlich für Länder am Ende der OECD-Mathematikskala (Mexiko, Türkei).

Für die Mathematikleistungen der österreichischen Schülerinnen und Schüler lassen sich zwischen den Testergebnissen 2003 und 2006 weder absolut (hinsichtlich der Lösungshäufigkeiten bei den Testaufgaben) noch relativ (im Vergleich zu anderen OECD-Staaten) nennenswerte Unterschiede ausmachen. Für die (nicht direkt vergleichbaren) Ergebnisse 2000 scheint dies in ähnlicher Weise zu gelten.

Die österreichischen Schülerinnen und Schüler zeigen relative (!) Stärken in der elementaren Geometrie und (schwächer) in der Arithmetik, relative Schwächen bei der Wahrscheinlichkeit.

Schülerinnen und Schüler aus der Hauptschule weisen erwartungsgemäß tendenziell schwächere Leistungen auf als jene, die eine AHS-Unterstufe besucht haben; überraschend ist allenfalls das Ausmaß der Leistungsunterschiede (ca. 20 Prozentpunkte bei der durchschnittlichen Lösungshäufigkeit).

Anders als 2003 sind 2006 insgesamt recht deutliche Leistungsunterschiede zwischen Mädchen und Burschen (5 Prozentpunkte zu Gunsten der Burschen) feststellbar, bei Differenzierung nach Schulkarriere (oder auch Schulsparten) treten noch deutlichere Unterschiede zu Gunsten der Burschen auf. Das bedeutet, dass Mädchen die „Benachteiligung“ (welcher Art auch immer), die sie im Mathematikunterricht in allen Schulsparten erfahren, durch verstärkten Besuch höherer Schulen in der Gesamtstatistik ein wenig „ausgleichen“ können – das Problem der „Benachteiligung“ ist damit aber nicht gelöst.

## **Literatur**

Haider, G. und Schreiner, C. (Hrsg.) (2006): *Die PISA-Studie*. Wien-Köln-Weimar, Böhlau.

OECD (Eds.) (2006): *The PISA 2006 Assessment Framework. Science, Reading and Mathematics*. Paris, OECD.

Peschek, W. (2006): *PISA-Mathematik: Das Konzept aus fachdidaktischer Sicht*. In: Haider, G. und Schreiner, C. (Hrsg.): *Die PISA-Studie*. Wien-Köln-Weimar, Böhlau, S. 62-72.

Schneider, E. und Peschek, W. (2006): *PISA-Mathematik: Die österreichischen Ergebnisse aus fachdidaktischer Sicht*. In: Haider, G. und Schreiner, C. (Hrsg.): *Die PISA-Studie*. Wien-Köln-Weimar, Böhlau, S. 73-84.

Schreiner, C., Breit, S., Schwantner, U. & Grafendorfer, A. (Hrsg.). (2007). *PISA 2006. Internationaler Vergleich von Schülerleistungen. Die Studie im Überblick*. Graz: Leykam

Schwantner, U. (2007). *Testinstrumente*. In C. Schreiner (Hrsg.). *PISA 2006. Internationaler Vergleich von Schülerleistungen. Technischer Bericht*. [WWW Dokument]. Verfügbar unter: <http://www.pisa-austria.at/pisa2006/index2.htm> [Datum des Zugriffs: 29.07. 2008]